

1.2 F - MATHEMATIQUES II - filière PSI

I) REMARQUES GENERALES

Le problème posé à cette épreuve portait sur l'étude des aspects déterministes des matrices aléatoires. Il portait sur l'algèbre linéaire, le calcul différentiel et intégral. Il demandait une maîtrise approfondie du programme : algèbre linéaire et multilinéaire, calcul différentiel à une et plusieurs variables, calcul intégral, équations différentielles. Il fallait maîtriser divers résultats du cours : la formule de Leibnitz, les théorèmes concernant les développements en série entière, la méthode de variation des constantes, l'inégalité de Cauchy-Schwarz, les inégalités conservées par intégration, les techniques de calcul des déterminants.

Rappelons que le candidat doit faire la preuve de la compréhension du sujet. Il ne suffit pas d'invoquer un théorème à l'aide de son nom. Il faut en fournir un énoncé exact et montrer que les hypothèses sont bien satisfaites, afin de pouvoir en tirer les conclusions souhaitées.

Pour réussir la résolution d'un problème de mathématiques, il faut comprendre sa structure logique, et en particulier savoir utiliser les résultats précédents pour traiter une nouvelle question, même si certains d'entre eux n'ont pas été démontrés par le candidat.

Le niveau de difficulté des différentes questions était très variable. Il était possible de traiter rapidement et rigoureusement un certain nombre de questions faciles. Certaines questions très difficiles ont été très peu abordées, ou très mal traitées et n'ont pas été rémunératrices. Entre ces deux niveaux, il y avait un certain nombre de questions d'un niveau de difficulté moyen, pour lesquelles les candidats se sont différenciés par la rigueur des solutions et la qualité de la rédaction.

Certains candidats agissent avec trop de précipitation, et laissent passer des fautes inexcusables : ainsi, la valeur de la fonction de plusieurs variables réelles dérivée en un point, soit $f'(a)$ n'est pas égale à la valeur obtenue en prenant la fonction constante égale à $f(a)$, puis en calculant la dérivée de cette fonction en a . Pour une fonction d'une seule variable réelle la dérivée d'une constante étant forcément nulle, cela explique à quel point cette faute est inexcusable. Le problème se pose aussi bien pour une fonction d'une seule variable réelle que pour une fonction de plusieurs variables réelles. Calculer la valeur d'une dérivée partielle en un point revient toujours à calculer la valeur d'une dérivée d'une fonction d'une seule variable en un point.

Certains, à plusieurs reprises, croient avoir calculé rigoureusement une limite, alors qu'ils ont commencé par supposer l'existence de cette limite. Certains utilisent des théorèmes très puissants pour justifier l'intervention de l'intégration et de la somme, alors qu'il s'agit d'une somme finie de fonctions.

Le candidat doit prendre le temps nécessaire pour lire attentivement l'énoncé, pour réfléchir, pour rédiger, et pour relire la rédaction définitive.

La prestation moyenne des candidats est décevante. Il y a de nombreuses copies extrêmement faibles, à la fois en quantité et en qualité. En revanche, il y a un nombre significatif de copies ayant bien compris le problème dans son ensemble. Rappelons qu'il vaut mieux faire une rédaction de qualité des solutions que l'on sait traiter dans le temps imparti, plutôt que de vouloir à tout pris traiter la totalité du problème.

Les notes sont étalées de 0 à 20, et la moyenne est de l'ordre de 7,7 sur 20.

II) REMARQUES PARTICULIERES

Voici maintenant quelques remarques spécifiques concernant les questions du problème.

Q1) Beaucoup de candidats font une récurrence, sans être conscients du fait que celle-ci est parfaitement inutile. Certains commencent une démonstration par récurrence et terminent la démonstration établissant la propriété sans récurrence. Un minimum de réflexion s'impose avant toute rédaction.

Q2) Pour cette question, une récurrence était utile. La solution est ici souvent très mal rédigée.

Q3) Rappelons qu'il n'y a pas de formule simple donnant l'expression de la dérivée n -ième d'une fonction composée. C'est dans cette question que la malhonnêteté intellectuelle a été le plus exprimée. Certains écrivent plusieurs lignes successives et à moment, appliquent de façon magique le fait que pour obtenir la valeur de la dérivée n -ième en 0, il faut prendre la valeur en 0, puis dériver n fois. Si tel était le cas, il aurait été possible de le faire dès le début du calcul, ce qui aurait donné une valeur nulle, et non l'expression demandée.

Q4) Le taux de réussite de cette question est très faible. Quatre candidats sur cinq écrivent qu'une fonction indéfiniment dérivable est développable en série entière, ce qui est désolant, et un candidat sur cinq environ utilise un résultat sur la composition des fonctions développables en série entière, qui ne figure aucunement dans le programme. Très peu de candidats ont l'idée de dériver la fonction. Très peu de candidats ont l'idée de transformer la fonction en un produit de fonctions exponentielles qui sont toutes développables en série entière sur $\mathbb{R}$, ce qui a pour conséquence que le produit l'est également.

Q5) Cette question pouvait être traitée à l'aide de séries entières, ou à l'aide d'une récurrence et de considérations sur les dérivées, comme nous l'avons vu dans de nombreuses copies. Dans certaines copies, cette question avait déjà été traitée dans la solution de la question Q3, ce que nous avons accepté.

Q6) Le résultat demandé est une conséquence des questions Q1 et Q4. Nous avons constaté avec surprise que cette question n'était pas traitée dans un certain nombre de copies.

Q7) Cette question est très mal traitée en général et les résultats sont très souvent faux. Il était indispensable sur un plan pratique de distinguer les indices pairs et les indices impairs et de les noter sous la forme $2n$ et $2n+1$ par exemple.

Q8) Cette question ne présentait pas de difficultés particulières, et elle n'a pas toujours été bien traitée. Les candidats n'ont pas toujours pris le temps de se relire.

Q9) Cette question est peu souvent traitée. Elle demandait un certain soin. Souvent, les sommes télescopiques servent d'argument mystique, qui dispense de toute explication.

Q10) Les candidats invoquent souvent le théorème de Cauchy-Lipschitz, ou plus exactement sa conclusion, beaucoup plus rarement ses hypothèses. La méthode de variation des constantes est rarement mise en oeuvre. Il y a un manque cruel de connaissances et de pratique.

Q11) Il est facile de traiter cette question, si on a traité les questions Q7 et Q10.

Q12) Le calcul demandé à cette question était élémentaire et malheureusement, il y a une forte proportion de résultats faux à cette question.

Q13) Cette question a été peu traitée mais a été souvent bien traitée quand elle a été abordée, les candidats ayant su utiliser judicieusement les indications de l'énoncé.

Q14) La solution de cette question s'obtenait comme conséquence des résultats des questions Q11, Q12, et Q13. Les justifications données sont souvent trop sommaires.

Q15) Cette question est plutôt bien réussie quand elle est abordée.

Q16) Il faut utiliser le fait que la signature est un morphisme de groupes.

Q17), Q18), Q19) Ces questions sont très peu abordées et quand elles le sont, les candidats maîtrisent rarement ce qu'ils font.

Q20) Cette question est souvent traitée et la réponse est en général fausse (elle n'est vraie qu'au signe près).

Q21) Cette question était difficile et située à la fin du problème. Elle n'a quasiment jamais été traitée correctement.

III) CONCLUSION

Les prestations sont globalement très décevantes de la part de candidats qui négligent souvent la rédaction des solutions et qui utilisent parfois abusivement des propriétés fausses ou hors programme.

Concluons sur une note optimiste en constatant que nous avons eu tout de même la satisfaction de corriger un nombre significatif de bonnes copies et parfois de très bonnes qui se détachent nettement des autres. Rappelons que les candidats doivent bien connaître leur cours et maîtriser les techniques basiques de calcul. Seule, la pratique personnelle et régulière permet d'atteindre cet objectif. Les candidats doivent aussi s'entraîner à exposer avec clarté et rigueur les raisonnements. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle doivent être bannis.

Espérons que ces remarques pourront aider les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours.