

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES A

Durée : 3 heures

## ANALYSE PAR EXERCICE

### Impression globale

Des niveaux très variés (notes de 77 à 1) avec personne qui n'a vraiment compris la partie 3. Les très mauvaises copies sont rarement légères ce qui est d'autant plus inquiétant : il n'y a qu'une suite informe de raisonnements faux et de calculs incorrects parfois contradictoires. Les très bonnes copies font preuve de recul par rapport aux enchaînements de questions et de maîtrise des calculs. Il y a une très mauvaise gestion des inégalités en général.

### Cours

#### Question 1

Hélas, ce n'est pas vraiment réussi.

1 et 4 globalement ok

2 : en général peu traité

3 : la réponse est majoritairement oui et les démonstrations correctes si on avait  $u_n$  et  $v_n$  de signe constant. On lit des choses bizarres sur les équivalents : contre exemple  $1/n$  et  $(-1)^n/n$  sont équivalents mais une série converge et l'autre diverge.

Question 2 :

Les étudiants pensent au théorème des séries alternées mais pour beaucoup pensent que  $\ln x > 1$  dès que  $x \geq 2$ .

### Préliminaires

1.1 : beaucoup ne savent pas compter le nombre de termes de la somme

1.2 : très mal fait en général ; la gestion des  $\varepsilon$  est souvent maladroite ou très incorrecte. On lit,

par exemple souvent,  $\frac{n+1}{n} \varepsilon$  tend vers  $\varepsilon$  et donc  $T_n$  tend vers 0.

2 : beaucoup se compliquent en n'utilisant pas ce qui précède et en essayant de repasser par les  $\varepsilon$

3.1 : ceux qui ont tenté des récurrences n'ont jamais abouti

3.2 : on lit souvent que  $T_n$  est majoré par  $1/(n+1)$  (divisions d'inégalités..)

3.3 : pour beaucoup la suite ne converge pas car  $\cos x$  n'a pas de limite à l'infini. Certains aussi pensent que  $\cos(n\pi/3) = (-1)^n/2$ .

3.4 : peu se lancent dans la synthèse des résultats

### Partie 1

1 : question très mal traitée : on lit un maximum de raisonnements du type : on écrit la définition de la limite, on choisit  $\varepsilon = K$  et  $N = 0$  (ou 1) et tout va bien !

- 2 : L'utilisation du théorème de D'Alembert pour la série des  $a_n$  met en évidence le manque total de maîtrise des inégalités : il est écrit  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < \frac{n+1}{n}$ . Néanmoins, beaucoup font des raisonnements corrects en référence au DES de  $\ln(1-x)$ .
- 3 : grand succès !
- 4 : peu maîtrisent bien la notion de borne sup et un nombre certain pensent que  $n a_n$  tend vers 0 donc est décroissante.
- 5 : un manque de raisonnements dans cette question : on lit donc..donc et oh miracle on a le résultat !
- Pour la majorité  $1-x^k < 1-x$  sur  $[0,1]$ .
- 6 : à peu près bien traité
- 7 : rarement compris : l'hypothèse ii) est souvent donnée en conclusion

## Partie 2

- 1 : la continuité des fonctions est rarement abordée
- 2 : la notion d'espace affine est peu abordée : on lit souvent SEV de dimension 2, quelques fois SEV affine de dimension 2. Certains résolvent ici des équations caractéristiques !
- 3 : à part les irréductibles, correct pour les développements en séries entières sauf que  $[0,1[$  est souvent donné comme domaine de convergence.
- 4 : il est rarement justifié que l'on peut dériver, sinon c'est globalement traité, pas toujours bien rédigé
- 5.1 : grand succès !
- 5.2, 5.3, 5.4 : les calculs sont à peu près corrects mais il n'est pratiquement jamais justifié qu'ils ont valides :  $x$  dans  $I$ , ou dans  $] -1,1[$ , etc..Pour ceux qui partent de l'expression proposée pour trouver  $h(u)$ , il reste encore dans quelques copies hélas :  $h(u) = 0$  si  $n$  est pair, sinon.
- 5.5 : Pratiquement jamais fait correctement ( que de composées et sommes d'équivalents !!)
- 6 et 7 : le décalage entre les sommes démarrant à 0 ou 1 n'est pas vu dans les copies mauvaises et moyennes. Le télescopage est bien maîtrisé.

## Partie 3

Seulement 2 ou 3 copies indiquent des résultats prouvant que le candidat avait pris du recul.