

# EPREUVE DE MATHÉMATIQUES B

Durée : 3 heures

## PRESENTATION DU SUJET

L'épreuve était composée de trois exercices posés de façon détaillée, et couvrait une large partie du programme (algèbre, géométrie, analyse). Une connaissance correcte des notions de base du programme devait permettre à un étudiant s'étant bien préparé d'obtenir une note convenable à cette épreuve, ce qui n'a pas été toujours le cas.

Autant il est rassurant de trouver de bonnes copies qui montrent une bonne acquisition des techniques mathématiques, autant de nombreuses faiblesses ou incompréhension des résultats du cours a souvent été constatée.

L'exercice 1 est le moins mal traité même si les lacunes dans la compréhension du cours apparaissent et a montré une maîtrise limitée de la réduction en algèbre linéaire.

L'exercice 2 est peu traité (surtout la deuxième partie) et la géométrie est négligée. Peu de questions ont été abordées et trop d'erreurs dans l'étude de la courbe paramétrée.

Dans l'exercice 3 le cours est souvent cité à peu près correctement... mais aussi souvent mal appliqué. Très bien pour quelques copies. Des difficultés dans des calculs simples sont apparues ; outre l'application approximative des théorèmes fondamentaux de l'analyse comme les oublis très fréquents de valeurs absolues dans l'hypothèse de domination quand elle est prise en compte, et souvent grossièrement fausse.

## ANALYSE DÉTAILLÉE

### Exercice I

1) Des confusions entre  $u$ ,  $u(x)$  et certains candidats n'hésitent pas à élever les vecteurs au carré ou au cube ! Dans presque toutes les copies, il y a une erreur dans le calcul du coefficient dominant du polynôme caractéristique donné dans le texte.

1d) Rarement fait, mais aussi très bien dans quelques copies.

2 a) Beaucoup de candidats admettent que  $u$  est un projecteur pour démontrer que  $v$  en est un aussi. On remarque des lacunes dans le cours sur les projecteurs. La question fut néanmoins bien traitée dans quelques copies en utilisant les matrices.

2 b) Les quatre matrices sont souvent données sans aucune justification.

3 b) Souvent les calculs sont faits sans utilisation du a).

3 c) Certains étudiants considèrent que  $u$  et  $v$  sont des projecteurs.

3 d) Rarement fait.

4) Rarement fait correctement par manque de justification. Parfois on annonce des relations comme par exemple :  $\dim(\text{Ker } u + \text{Ker } v) = \max(\dim \text{Ker } u, \dim \text{Ker } v)$ , ou  $E = \text{ker } u + \text{Im } u = \text{ker } v + \text{Im } v$  par le théorème du rang bien sûr, ou  $\text{ker } u + \text{kerv} = \text{ker } u + \text{Im } u = 0$ .

4d) Rarement abordé.

5) Si le polynôme caractéristique est calculé correctement, on annonce, sans justification, que  $U$  est semblable à  $D_1$  ou à  $D_2$  et rarement à  $T$ . Mais trop souvent on est incapable de le calculer et il n'est pas rare que les polynômes trouvés ne soient pas de degré trois.

## Exercice II

1) Certains candidats ne comprennent pas ce qu'est l'intersection de  $D_t$  et de  $\Gamma$  ; ont-ils compris que  $D_t$  était une droite ou ce que veut dire le mot intersection ? ou que l'on doit obtenir des couples  $(x,y)$  ?

Calculs des dérivées trop souvent faux ou certains oublient le rôle de  $-1$  dans le tableau de variations ! Les branches infinies, la représentation paramétrique et les transformations orthogonales sont souvent ignorées. La courbe correcte n'a été que très rarement dessinée.

2a) Réponses souvent fantaisistes. La bonne réponse est rarissime, on préfère : "c'est un cas particulier" ou encore "c'est le noyau de la surface"

2) b) c) d) Rarement abordées ; même la question sur la projection orthogonale est la plupart du temps mal abordée.

## Exercice III

1a) Certains savent énoncer le théorème du cours sur la dérivation des intégrales à paramètres, mais son utilisation est plus délicate :

Pour la domination, on majore souvent par  $\exp(x)$ . Le calcul et le signe de  $g'(x)$  est parfois inexact. Certains ayant d'ailleurs réussi à calculer " $g'(x) = \exp(x)$ " continuent la question sans s'étonner du décalage entre leur résultat faux et les questions posées, et qui devenaient plutôt curieuses.

1b) Cet encadrement plutôt connu n'est pas toujours bien justifié :

Quelques trop rares démonstrations utilisant la concavité de sinus.

1c) d) Des erreurs dans le sens des inégalités, et calculs non faits des intégrales qui encadrent afin de conclure simplement. Des candidats ne semblent pas comprendre que 1c) permet de résoudre 1d), ou font la confusion classique en passant directement à la limite dans l'encadrement. Certains évoquent le théorème de convergence dominée, mais ne savent pas alors en général s'en servir.

2a) Le rayon de convergence est souvent oublié.

2 b) Les calculs sont faits mais les justifications sont rares : on passe en force ou au bluff "d'après le théorème d'interversion" (série et intégrale) dont les hypothèses évidemment ne sont ni énoncées ni vérifiées.

2c) Très rarement fait.

2 d) e) Beaucoup d'erreurs de calcul pour obtenir une relation entre les coefficients de la série entière. L'intégration par parties a été bien faite par la majorité de ceux qui l'ont abordée.

2 f) Encore une question de cours non abordée! (non connue ?).

2 e) Certains font le calcul d'identification des coefficients, mais sont incapables d'en tirer quelque chose pour  $g$ . Le rayon de convergence est souvent oublié.

3) On retrouve les erreurs avec les inégalités. Les calculs sont incomplets.

4) Encore une question de cours non abordée par beaucoup de candidats ; Il y a beaucoup d'erreurs sur les théorèmes utilisant les coefficients complexes : valeur de ce coefficient, sommes sur  $\mathbb{Z}$  et non sur  $\mathbb{N}$ , et quand on cite la formule de Parseval elle est en général incorrecte.

## CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS

Nous ne pouvons que conseiller aux futurs candidats d'améliorer leurs préparations en mathématiques. De s'avérer capables de mettre en œuvre, sans erreurs, les notions et techniques de base avec précision, montrant la maîtrise de celles-ci, et en partant du plus simple. Une bonne connaissance du cours est toujours payante, de nombreuses questions posées sont souvent très proches de son application directe ; sinon l'énoncé propose souvent une démarche de résolution qu'il convient de comprendre et de suivre.