1.2 – Epreuves écrites

1.2 A - MATHEMATIQUES I - filière MP

I) LE SUJET

L' objet du problème est de prouver le classique théorème de Frobenius.

La partie I fait établir l'existence d'un vecteur propre strictement positif pour une matrice carrée à coefficients réels positifs ou nuls.

La partie II propose une méthode d'approximation pour construire un tel vecteur propre. Le sujet met en jeu une partie du programme d'analyse. Plus précisément, les notions suivantes jouent un rôle important dans le problème : notion de borne supérieure, topologie d'un espace vectoriel normé de dimension finie, valeur d'adhérence etc…

II) REMARQUES GENERALES

Le problème est très long et comporte beaucoup de notations. La grande majorité des candidats a du mal à assimiler l'énoncé et à bien comprendre de quoi il retourne. Toutefois, certains d'entre eux semblent avoir étudié en classe une partie des notions utilisées dans l'énoncé. La rédaction des candidats est en général imprécise et hésitante.

Personne ne traite le problème en totalité. Cependant un très petit nombre de candidats impressionne le jury et obtient une note voisine de 20.

La plupart des questions demandent d'établir des énoncés faciles et techniques dans lesquels la réponse est donnée. Il est donc souvent malaisé de faire la différence entre une tentative de bluff et une rédaction vague émanant d'un candidat qui a à peu près compris ce qu'il faut faire. Une tentative de tricherie s'avère pénalisante pour son auteur car par la suite l'examinateur interprète toute rédaction vague comme une tentative de bluff.

La moyenne générale est de l'ordre de 07,50/20,

L'écart type est de l'ordre de 3,75.

III) REMARQUES PARTICULIERES

Nous allons indiquer quelques erreurs ou maladresses fréquemment commises.

Si a est inférieur à b, alors pour affirmer que ax est inférieur à bx, il faut dire que x est un réel positif.

Dans la question 2, beaucoup de candidats passent de $\theta \leq min(\dots)$ à $\theta = min(\dots)$ par un "argument de borne supérieure" qui n'est absolument pas précisé, ce qui indispose le correcteur.

Peu de candidats savent montrer que si $f_1,\dots, f_k$ sont des fonctions continues alors $min\{f_1,\dots, f_k\}$ est continue.

Une fonction continue sur une partie bornée de R^n n'est pas forcément bornée, et même si elle l'est, elle n'atteint pas forcément ses bornes.

Pour affirmer que $|\Sigma_j \ a_{ij} x_j| \leq \Sigma_j a_{ij} \ |x_j|$, il faut préciser que les a_{ij} sont positifs.

Si $M= (m_{ij})_{1 \leq i,j \leq n}$ alors la matrice M^k n'est pas égale à $((m_{ij})^k)_{1 \leq i,j \leq n}$

Dans la question 23, il ne suffit pas de dire que R_l et R_m commutent, il faut dire pourquoi : à savoir que R_l et R_m sont des polynômes en T.

IV) CONCLUSION

Il est préférable de commencer par lire tranquillement la totalité du sujet pour assimiler les notations et comprendre de quoi il retourne.

Il est très important d'écrire lisiblement et d'encadrer les résultats obtenus.

À propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant *avec précision* les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de court-circuiter la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n' a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser ceux des candidats qui ont pris le temps de bien rédiger. Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.

De plus, nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer nettement qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Tout acte d'honnêteté est très apprécié ; en revanche toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisante.