Certes ces défauts se relèvent dans d'autres concours, dans d'autres cycles d'études et à d'autres niveaux. Une telle évolution ne semble pourtant pas justifier une remise en cause de l'exercice : le jury de rédaction reste attaché à la double nature de cette épreuve, qui sollicite harmonieusement le soin de la lecture et celui de l'écriture, le sens de l'analyse et celui de la synthèse, l'art du raccourci et celui du développement, le goût de la preuve et celui de la formule. Quelques remarquables copies ont pour notre plus grande satisfaction su cette année encore combiner ces talents.

Mathématiques

Mathématiques I

Le sujet proposé cette année portait sur des équations différentielles faisant intervenir des intégrales Gaussiennes.

Le problème était nettement plus court que celui des années précédentes et ne comportait pas de difficulté technique majeure.

En revanche, il réclamait de la part des candidats une bonne connaissance des outils du programme pour les équations différentielles, ainsi que d'avoir de bons réflexes sur les séries entières et en algèbre linéaire.

Voici quelques erreurs fréquemment rencontrées et que les candidats doivent s'attacher à éviter :

IA) Une fonction de classe C^∞ n'est pas forcément développable en série entière (exemple: $f(x)= e^{1/x}$ si $x< 0$ et $f(x)=0$ si $x \geq 0$) ;

IB1) Ne pas appliquer la méthode de variation de la constante à une équation différentielle sans préciser qu'elle est linéaire ;

IB2) Ne pas appliquer le théorème des valeurs intermédiaires sans préciser que la fonction à laquelle on l'applique est continue ;

IB3) Ne pas confondre méthode de Newton et méthode de dichotomie (plus de 95% des candidats font cette erreur) ;

IIIA3) Un endomorphisme en dimension infinie qui est injectif n'est pas forcément surjectif ;

IIB2) Ne pas essayer de résoudre une équation différentielle du second ordre à coefficients non constants par la méthode de l'équation caractéristique ;

IVA) La restriction d'une application non-injective à un sous-ensemble de l'ensemble de départ peut-être injective ; la restriction d'une application surjective à un sous-ensemble de l'ensemble de départ n'est pas toujours surjective.

Mathématiques II

Le problème de Mathématiques II portait sur une étude des matrices carrées réelles, d'ordre $n \in \mathbb{N}$ qui ne possèdent aucune valeur propre réelle.

Le préliminaire éclairait le lien entre « semblables dans les matrices carrées réelles » ($\mathbb{R}$-semblables) et « semblables dans les matrices carrées complexes » ($\mathbb{C}$-semblables) et donnait la parité de $n \in \mathbb{N}$.

La première partie concernait essentiellement les matrices (2,2), matrices de rotation et matrices qui leur sont semblables, puis un cas particulier de matrices (4,4).

La seconde partie traitait des symétries dans $\mathbb{R}^{2P}$ et une succession de questions permettait de décomposer l'endomorphisme associé comme un produit de rotations dans des sous-espaces de dimension 2, formant somme directe. Un exemple de tel endomorphisme dans un espace de polynômes était ensuite étudié.

La troisième partie élargissait le propos pour les endomorphismes de $\mathbb{R}^{2P}$ qui admettent un polynôme annulateur, réel et à racines simples complexes, non réelles.

La moyenne a été relativement faible mais un écart-type important (en fait sensiblement égal à la moitié de la moyenne) a permis de bien sélectionner les bons candidats car il a dégagé ceux qui faisaient preuve d'un esprit scientifique rigoureux et de bonnes connaissances mathématiques de base.

Dans leur grande majorité, les candidats ont traité (ou tenté de traiter) le préliminaire qui était tout à fait abordable. Mais il est curieux de constater que certains affirment « n'importe quoi » !

La première partie a aussi été traitée majoritairement, au moins dans son début. Il était intéressant de constater la différence de compréhension manifestée par les différents candidats. Ceux qui dominaient le sujet utilisaient le préliminaire pour obtenir le fait que deux matrices étaient $\mathbb{R}$-semblables, à partir du fait, assez évident, qu'elles étaient $\mathbb{C}$-semblables. Par contre, d'autres affirmaient sans hésitation que deux matrices qui ont même déterminant sont semblables ; certains, plus généreux, ajoutaient la trace, voire le