Dans cette épreuve on considérait un endomorphisme θ de C^0 : $\theta(f) = F$ avec $F(x) = \int_x^{x+1} f(t)\,dt$; l'objet du problème était l'étude de quelques propriétés de F et θ.

Le sujet permettait de tester une large gamme de compétences des candidats :

- l'assimilation du cours

- la connaissance des énoncés d'un certain nombre de « théorèmes fondamentaux »

- la rigueur des raisonnements

- l'aisance dans la conduite des calculs et des majorations classiques de tout problème d'analyse.

Les parties I et II pouvaient être largement abordées par tout candidat, la partie III (au niveau des deux dernières questions) présentait une certaine difficulté.

PARTIE I

Dans cette partie, on étudiait quelques liens entre les propriétés de f et celles de F, les conséquences pour le graphe de F et on étudiait spécialement le cas d'une fonction f définie comme somme d'une série de fonctions.

Si une majorité de candidats traitent correctement les questions **I.1.1** à **I.2.5,** d'autres n'hésitent pas à écrire dans **I.2.1** : « $F(x) = \int_x^{x+1} f(t)\,dt$ donc $F'(x) = \int_x^{x+1} f'(t)\,dt$ » !!

La question **I.2.4** met en difficulté un bon nombre de candidats qui ne voient pas de rapport avec les questions précédentes.

Dans la question **I.2.5,** ceux qui utilisent correctement l'hypothèse le font en utilisant la définition de limites (avec $\sum$), et ils sont rares ; les autres se contentent souvent de :

« $\lim\limits_{x\to\infty} \int_x^{x+1} f(t)\,dt = \int_x^{x+1} \left[\lim\limits_{x\to\infty} f(t)\right] dt$ ».

Pour montrer que les propriétés de symétrie de f se traduisent par d'autres symétries sur F, si l'étudiant ne fait pas de changement de variables, l'argument utilisé est presque toujours faux.

Pour la traduction géométrique des propriétés obtenues, il y a souvent une erreur sur le sens de la translation à faire subir aux axes.

L'étude de l'exemple (**I.4**) révèle beaucoup de faiblesses :

- dans **I.4.1** trop souvent une série est considérée comme une somme finie, on lit couramment :

« $1+K^2$ est non nul donc f est défini »
« f est une somme de fonctions continue donc elle est continue ».

- dans **I.4.2**, on trouve souvent des candidats qui n'arrivent pas à montrer la convergence normale de $\sum f_k{}'$ et qui concluent à la non dérivabilité de f.

La surprise est grande de voir des candidats qui après avoir traité correctement **I.4.2** (f est dans C^1) et **I.4.3**, affirment que f est intégrable sur $\mathbb{R}_+$ car f tend vers zéro à l'infini.

PARTIE II

« L'endomorphisme θ est-il subjectif ? a été pour une majorité de candidats une question hors de portée : en raison de confusion entre être une application et être surjectif ou bien entre être injectif et être surjectif.

La caractérisation de $\operatorname{Ker}\theta$ est souvent bonne, les calculs des produits scalaires $\langle C_J / C_K \rangle$ sont assez bien faits mais l'intérêt pour en déduire que la dimension de $\operatorname{Ker}\theta$ est infinie n'est pas compris (certains affirment que les C_J forment une base de $\operatorname{Ker}\theta$).
En **II.2.3.1** l'intégration par parties ne pose pas de problème, par contre l'étude de la nature de $\sum W_n$ est souvent bâclée.
Pour le spectre de θ, nombreux sont ceux qui oublient le cas $a=0$ et l'étude de variations de $u \to \dfrac{e^u - 1}{u}$ est souvent absente, avec simplement une série d'affirmations.

PARTIE III

L'étude de la fonction ρ et de son signe est traitée de façon correcte, en revanche la décroissance entraîne souvent la bijectivité sans autre argument de continuité (ou de dérivabilité). Les bornes infinies de la variation de g sont rarement exactes et lorsqu'elles le sont elles ne sont pas justifiées (usage de la calculatrice sans doute).
Seules quelques très bonnes copies abordent valablement les questions **III.2.2 et III3**.