

mais très rarement les deux).

E. La première partie de E1 est en général correcte et le reste n'est pratiquement jamais abordé.

#### PARTIE IV

Cette partie est très peu abordée sauf B1 et B2 que beaucoup ont dû voir en exercices.

Quelques remarques générales pour terminer : notons de graves fautes de raisonnement

- dans les raisonnements par récurrence : « supposons qu'une propriété est vraie pour tout  $n$  et montrons-la pour  $n+1$  », mauvaise initialisation de la récurrence lorsqu'il faut faire deux vérifications au départ.
- l'incapacité à nier une assertion, par exemple «  $a$  est bornée ».

Signalons encore l'utilisation abusive de « il est clair que », « il est évident que », l'invocation d'un théorème du cours pour justifier une assertion sans citer le dit théorème ni vérifier que les hypothèses sont satisfaites, la facilité avec laquelle est signalée une erreur de texte lorsque le résultat obtenu n'est pas celui annoncé (jusqu'à trois erreurs dénoncées dans une même copie!). Enfin, le vocabulaire est très souvent imprécis (confusion entre nombre et chiffre, entre bornée et majorée).

## Mathématiques II

Le sujet de cette année proposait d'étudier des produits de réflexions orthogonales correspondant aux différents éléments d'une base dont les angles relatifs sont des fractions de  $\pi$ , et des problèmes de crystallographie (réseaux stables). Il s'agit des premières étapes de la fameuse théorie des groupes de Coxeter et des systèmes de racines, combinatoire qui régit bon nombre de structures : algèbres de Lie, groupes algébriques, groupes finis simples, carquois (voir Bourbaki « Groupes et algèbres de Lie », en particulier § V.6).

Le sujet a permis de tester les connaissances des candidats en matière de transformations géométriques, dans le plan pour l'essentiel.

**I.B.** Il est dommage que le calcul des valeurs propres d'une matrice  $2 \times 2$  puisse donner lieu à tant d'erreurs, du moment qu'un paramètre, fut-il un signe, se glisse parmi les coefficients.

Les puissances d'une matrice omnipotente  $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  ne sont calculées sans erreur que par moins d'un candidat sur deux.

**I.C.1.** L'étude du signe de  $x^2 + 2mxy + y^2$  s'est avérée un problème d'une grande difficulté. Très peu de candidats (moins de 5%) songent à rapprocher cette étude de celle, classique, du polynôme  $x^2 + 2mx + 1$ . On a vu beaucoup de comparaisons avec  $(x - y)^2$  et  $(x + y)^2$ , parfois étayées, mais rarement conduites jusqu'à une véritable discussion des cas d'annulation.

**I.C.5.** Le résultat sur l'angle de la rotation résultant du produit de deux réflexions est parfois invoqué. Des erreurs toutefois dans le maniement de ces notions.

**I.D.2.** Les quelques dessins qui ne donnent pas un angle droit entre  $e_1$  et  $f_2$  leur attribuent un angle aléatoire – en général aigu ! Moins d'une dizaine de bons dessins seulement (voir *loc. cit.* p. 226).

Dans la suite, les parties **II.A** et **II.B** sont les seules sérieusement abordées.

**II.A.1.c.** Rappelons que vérifier une somme directe nécessite de montrer deux choses bien distinctes. Beaucoup de « demi-preuves ».

**II.A.2.a.** La formulation de la question a paru intimider beaucoup de candidats. Les autres ont souvent oublié la première étape de la récurrence.

**II.A.2.b.** L'idée de « base échelonnée » est trop rarement entrevue.

**II.B.** La notion de stabilité semble assez bien comprise. Mais les vérifications sont maladroitement faites. Elles font ensuite perdre de vue quelques évidences aux questions suivantes.

Pour conclure, notons que le sujet de cette année demandait souvent de raisonner : raisonnements par récurrence, sommes directes, ou simplement résultats non fournis par l'énoncé. Relevons que de nombreux candidats ont finalement joué le jeu.