des raisonnements écrits en langue française.

Mathématiques II

Le sujet de cette année avait pour ambition de présenter divers aspects de la « localisation » du spectre d'une matrice complexe, problème particulièrement important en Analyse numérique mais qui intervient également par exemple dans les questions de stabilité des solutions de systèmes différentiels linéaires.

Ce sujet s'inscrivait particulièrement bien dans les thèmes d'algorithmique proposés en préambule des programmes de Mathématiques de la filière MP et comportait en outre de nombreuses questions de cours, ou proches du cours. Une large part était consacrée aux techniques bien classiques de majoration/minoration/encadrement et seule une minorité d'entre elles requérait une finesse particulière de la part des candidats. On ne peut qu'être déçu devant le flot d'aberrations que ces méthodes ont suscité et, de ce fait, on ne s'étonnera pas que ce rapport se résume au catalogue de récriminations qui va suivre.

Dans le **I.A**, il ne s'est trouvé que 80% des candidats pour connaître les axiomes exacts d'une norme, et encore un peu moins pour les vérifier complètement. Beaucoup de candidats majorent dans **C** comme si ce corps était ordonné que la multiplication y soit croissante. La majorité confond *majorant*, *maximum* et *borne supérieure*. Parmi les rares qui formulent correctement le problème du **I.A2b**, il s'en trouve encore pour écrire que le maximum est atteint pour un des vecteurs de la base canonique (confusion avec la norme « par colonne » ou mémoire infidèle ?) L'ambiguïté de la définition du **I.A3** a abusé 60% de Parisiens mais aussi 45% des provinciaux. Il fallait comprendre que la majoration indiquée ne définissait que l'aspect *matriciel* de la norme, et non la notion de *norme matricielle* dans toute son étendue. Beaucoup n'ont pas vu que le **I.A4b** demandait plus que la simple équivalence des normes (la notation C_Q correspond au *conditionnement* de la matrice Q.)

Les **I.B** et **I.C** ont dans l'ensemble rapporté peu de points. Peu de candidats ont compris que la notation ε invitait à faire tendre cette quantité vers 0. Le **I.B** permettait de prouver commodément la condition suffisante du **I.C**, si toutefois on avait bien en mémoire le fait que N_ε dépendait aussi de A.

Pour le **II.A1**, l'attente d'un dessin n'a pas toujours été comprise, non plus que l'intérêt d'avoir sur soi des instruments de traçage.

Le **II.A2** faisait démontrer le théorème d'Hadamard et ses conséquences quant aux disques de Geršchgorin. Les bons candidats ont alors eu tout loisir de creuser l'écart dans ces questions : dans le **a)**, l'existence de l'indice *p* résulte d'une démarche bien précise, le **b)** en est une conséquence immédiate et le **c)** demande un argument supplémentaire, rarement invoqué. Le **II.A3b** requérait une utilisation fine de l'inégalité triangulaire et n'a été traité que dans quelques copies. Les candidats ont en général abandonné cette sous-partie à ce stade.

Les candidats qui ont su traiter le **II.A2** ont abordé avec profit le **II.B**, mais, le plus souvent, ces questions n'ont été l'occasion que des mêmes inepties.

Le **III.A** était manifestement une simple question de cours pour quelques-uns, mais, au contraire, dans la plupart des copies, les candidats sont partis du principe que les zéros d'un polynôme étaient des fonctions continues (voire rationnelles !) des coefficients. Le **III.B**, plus technique, n'a pratiquement jamais rapporté ne fût-ce qu'un point.

Dans le **IV.A1**, les propriétés de la norme ont été souvent omises (voir **I.A3**) et la vérification n'a été menée à son terme que par ceux qui ont reconnu une norme associée à un produit scalaire (remarque pourtant soufflée par l'énoncé). La grande majorité de ceux qui se sont attelés à la vérification axiome par axiome ont cru bon d'inventer pour la circonstance l'inégalité bien pratique mais aberrante $|a+b|^2 \leq |a|^2 + |b|^2$, ruinant par cela tout espoir de récompense, même partielle.

Le reste du **IV.A**, demandant des calculs faciles, n'a posé que très peu de problèmes.

La question de cours du **IV.B1** a été en général satisfaisante mais peu ont abordé, faute de temps, les questions suivantes.

De facture pourtant classique, cette épreuve s'est révélée très décevante à la correction. Si la présentation est souvent satisfaisante, les raisonnements en revanche souffrent souvent – et plus en province – d'erreurs trop graves. Les justifications lapidaires « il est évident que... » sont trop fréquentes et l'exemple demandé en **III.B1** n'a que rarement donné lieu à vérification complète.

Beaucoup de candidats sont peu attentifs à l'enchaînement des questions : très peu utilisent les questions **I.A2a** et **I.A2b** pour traiter le **I.A3**, et il n'est pas rare qu'une même démonstration soit répétée deux ou même trois fois (**II.A2a**, **II.A3a**, **II.B1a**).

Bien des questions relatives aux valeurs propres sont mal surmontées ou délaissées faute d'une conception claire de ce qu'est une valeur propre : la définition est sans doute connue, mais on préfère se référer au polynôme caractéristique ou aux formes réduites des matrices ; c'est particulièrement sensible aux questions **I.A2c** et **I.C**. Le même travers se retrouve à propos des matrices inversibles que certains veulent à tout prix caractériser par leur déterminant (**II.B1a** par exemple).

On peut prendre une épreuve de quatre heures pour une épreuve de vitesse, mais cette attitude est manifestement inefficace. Au contraire, ce que le correcteur attend du candidat n'est pas différent de ce qui sera attendu de lui dans sa vie professionnelle : des assertions réfléchies, étayées et non de simples premiers jets.