1 - MATHÉMATIQUES

1.2 - Épreuves écrites

1.2.F - MATHEMATIQUES II - filière PSI

I) REMARQUES GENERALES

Le problème posé à cette épreuve proposait d'étudier les solutions d'une équation différentielle linéaire du second ordre.

Le sujet était d'une bonne longueur, et exigeait des candidats une bonne technicité et une certaine efficacité pour des questions très classiques relatives :
- aux séries entières : coefficients, convergence, développements des fonctions usuelles
- à l'intégrabilité des fonctions et au calcul des intégrales
- aux fonctions de plusieurs variables.

Rappelons d'abord aux futurs candidats quelques généralités.

Il est important de soigner la rédaction, les démonstrations et les calculs. Il ne s'agît pas seulement de comprendre le sujet, mais de faire la preuve de cette compréhension. Pour pouvoir rédiger une solution de qualité, il est nécessaire de bien connaître et maîtriser les notions fondamentales, les définitions et les théorèmes du programme. Trop de candidats manquent de rigueur, ont une connaissance beaucoup trop approximative de certains résultats fondamentaux de leur cours, par exemple en ce qui concerne les équations différentielles, les séries entières, l'intégration des fonctions, le calcul différentiel.

Les trois défauts constatés les plus courants sont d'une part le manque de clarté ou d'explications dans les questions délicates, d'autre part le "grappillage" de questions insignifiantes, et enfin le manque de soin dans la rédaction et les calculs. Trop de candidats survolent les questions, les traitent de façon très superficielle, comme si l'important était de participer à chacune de ces questions, indépendamment de la qualité de ce qu'ils ont à y exposer. Trop de candidats veulent toucher à toutes les questions, essayant parfois d'apporter à certaines une contribution dérisoire. Une solution d'une question à peine ébauchée rapporte zéro point, et une solution bâclée guère plus. Dans certains cas, où la réponse est donnée, certains candidats ne font en fait rien de plus que recopier l'énoncé. D'autres font des simulacres de démonstration menant par miracle au résultat annoncé. D'une manière générale, il est conseillé de jouer la carte de l'honnêteté.

Beaucoup de candidats calculent trop vite et avec trop peu de soin par rapport à leurs possibilités personnelles, et ne font pas au brouillon les vérifications élémentaires qui leur permettraient de détecter la plupart des fautes commises. Certains rédigent directement sans réflexion préalable, alors qu'ils ne peuvent pas se le permettre. Les copies confuses ou mal présentées sont évidemment pénalisées. Il serait souhaitable que chacun s'applique à rédiger des solutions sans compromis sur la qualité, en y consacrant le temps et le soin nécessaires. Enfin, il serait sage de la part des candidats de se montrer plus circonspects lorsqu'ils pensent - souvent hâtivement - avoir détecté une erreur d'énoncé, alors qu'ils devraient avoir plus d'esprit critique sur leur travail personnel.

Malgré le caractère classique du sujet, et un barème généreux, la moyenne générale est très inférieure à dix. Il y a une bonne dispersion des notes, avec peu de notes extrêmement basses, grâce à la présence de nombreuses questions faciles, et peu de très bonnes notes.

II) REMARQUES PARTICULIERES

Voici maintenant quelques remarques spécifiques concernant les questions du problème :

I-1°) a) : trop de candidats se trompent dans l'expression de a_n. Certains introduisent une "factorielle" (n–1+λ) ! impossible à interpréter, et fausse d'ailleurs même si le réel λ est un entier. En plus des fautes de calcul, beaucoup ne reconnaissent pas en f_1 la fonction exponentielle.

I-1°) b) : trop de candidats se trompent malgré les précautions prises dans l'énoncé.

I-1°) c) : il ne suffit pas d'écrire que R est infini d'après la règle de d'Alembert sans aucun calcul ni commentaire. De plus, beaucoup de candidats ne peuvent pas donner de solution correcte, car ils n'ont pas trouvé la relation correcte qui existe entre a_{n+1} et a_n.
I-2°) a) : pour traiter cette question, il fallait avoir identifié la fonction f_1 en I-1°) a), soit $f_1(x) = \exp(x)$.

I-2°) b) : trop de candidats réutilisent l'intégrale introduite dans l'énoncé en I-2°) a), alors que celle-ci n'existe pas, car l'intervalle [x, 1] contient alors 0. Il fallait par exemple intégrer la même fonction entre –1 et x.

I-2°) c) : certains donnent le résultat sans justifier qu'il n'y a pas d'autre solution. Il y avait deux études d'intégrabilité à faire, et il fallait exprimer que la solution était continue en 0.

I-3°) a) : il y a malheureusement beaucoup de solutions fausses pour cette question simple.

I-3°) b) : certains invoquent le théorème de Cauchy-Lipschitz, alors que précisément, il ne s'applique pas, car le coefficient de y", soit x, s'annule en 0. Il fallait utiliser le I 1°) pour affirmer l'unicité de la solution prenant la valeur 1 en 0.

I-3°) c) : pour trouver correctement f_2 et f_3, il fallait bien sûr avoir trouvé correctement f_{-2} et f_{-3} au I-1°) a).

I-3°) d) : ici aussi, il fallait avoir résolu correctement le I 1°) b).

I-4°) : cette question n'a été quasiment jamais résolue correctement. Très peu de candidats l'ont abordée, la plupart sans succès. Ceci est dû semble-t-il à un manque de pratique du calcul différentiel à plusieurs variables.

II-1°) : cette question pourtant classique est souvent mal traitée. Beaucoup de candidats ne sont pas choqués par des expressions grossièrement fausses : par exemple lorsque I_p est négative, ou lorsque la suite (I_p) est croissante. Les candidats devraient vérifier le résultat pour les petites valeurs de p.

II-2°) a) : cette question est souvent mal résolue car les candidats connaissent mal les théorèmes sur les intégrales dépendant d'un paramètre.

II-2°) b) : cette question est souvent également mal résolue. En particulier, l'interversion entre sommation et intégration n'est pas toujours justifiée correctement. Il fallait avoir bien traité le II-1°).

II-3°) a) : il y a beaucoup de solutions fausses pour cette question simple. En particulier, certains utilisent maladroitement des développements en série entière sans se préoccuper de leur convergence.

II-3°) b) : il y a beaucoup d'échecs à cette question. Ceci semble dû à un manque de pratique dans le calcul des intégrales.

II-3°) c) : cette question se résolvait facilement à partir des deux précédentes, à condition de les avoir traitées, à l'aide de la conservation des inégalités par intégration.

II-3°) d) : cette question est très peu souvent résolue. Il y avait un travail significatif à faire sur les intégrales et les inégalités conservées par intégration.

II-3°) e) : cette question se résolvait facilement à partir des deux précédentes. Même en admettant les résultats donnés dans l'énoncé, certains candidats se sont trompés.

II-4°) a) : la plupart des candidats ont prouvé la parité de f. Par contre, très peu ont trouvé l'expression de h(x). Il y avait deux méthodes possibles.

II-4°) b) : cette question se traitait facilement à l'aide d'inégalités conservées par intégration.

II-4°) c) : les variations de h s'étudiaient facilement à l'aide des résultats précédents.

Les questions de la fin ont été peu souvent résolues, car le temps a fait défaut aux candidats.

III) CONCLUSION

Concluons sur une note optimiste en constatant que nous avons eu tout de même la satisfaction de corriger un certain nombre de bonnes copies, dont un petit nombre auxquelles nous avons attribué la note maximum.