ÉCOLE POLYTECHNIQUE

ÉCOLE SUPÉRIEURE DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE INDUSTRIELLES

CONCOURS D'ADMISSION 2013 **FILIÈRE PC**

COMPOSITION DE PHYSIQUE – A – (XE)

(Durée : 4 heures)

L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée pour cette épreuve.
On se contentera, pour les applications numériques, d'un seul chiffre significatif.

⋆⋆⋆

Le rayonnement solaire pour la navigation spatiale

La lumière exerce une pression sur les surfaces qu'elle éclaire. La partie **I** traite en détail du phénomène. En adjoignant une vaste voile réfléchissante à un satellite, ce mécanisme permet d'utiliser la pression exercée par la lumière du Soleil pour la navigation spatiale. La partie **II** étudie l'effet de la pression de rayonnement sur un satellite en orbite autour du Soleil. La partie **III** traite d'un mouvement particulier d'un vaisseau spatial qui accompagne la Terre autour du Soleil, rendu possible par l'usage d'une voile.

Données numériques

Vitesse de la lumière dans le vide :	c	$=$	$3 \times 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Distance Terre-Soleil :	D	$=$	$1,5 \times 10^8$ km

I. Pression de rayonnement

Une onde électromagnétique plane, progressive et harmonique se propage dans le vide puis se réfléchit sur un conducteur ohmique immobile, de surface plane, sous incidence normale.

I.1 Rappeler dans le cas général les formes locales de l'équation de conservation de la charge électrique et de la loi d'Ohm. En déduire que la densité de charge électrique décroît au cours du temps en tout point à l'intérieur d'un conducteur ohmique, avec un temps caractéristique dont on donnera l'expression.

I.2 Écrire les équations de Maxwell dans le conducteur, en supposant la densité de charge nulle.

I.3 Décrire qualitativement le phénomène de la réflexion d'une onde électromagnétique sur un conducteur, en détaillant les mécanismes physiques mis en jeu.

I.4 Rappeler le critère de validité du modèle limite du conducteur parfait, et caractériser le phénomène de réflexion dans cette limite.

I.5 Quel terme des équations de Maxwell est négligeable dans le modèle limite du conducteur parfait ? On se placera dorénavant dans ce cadre.

I.6 Rappeler l'expression de la force volumique de Laplace en un point du conducteur. On exprimera le résultat en fonction du champ $\vec{B}$ et de ses dérivées.

I.7 On nomme pression de rayonnement, ou pression de radiation, la pression exercée par la force de Laplace sur le conducteur. Montrer qu'elle vaut

$$P = \frac{1}{2\mu_0}\|\vec{B}\|^2$$

où $\vec{B}$ est le champ magnétique à la surface du conducteur.

I.8 À l'extérieur du conducteur, l'onde électromagnétique est la superposition d'une onde incidente et d'une onde réfléchie. Quelle est la relation entre le champ magnétique total $\vec{B}$ à la surface du conducteur et le champ magnétique $\vec{B}_i$ de l'onde incidente au même point ?

I.9 Établir la relation entre la pression de rayonnement et la densité d'énergie u de l'onde incidente.

I.10 Établir la relation entre la pression de rayonnement et le module du vecteur de Poynting de l'onde incidente.

I.11 *Application numérique* : le flux d'énergie reçu du Soleil sous incidence normale au niveau de l'orbite de la Terre, ou constante solaire, vaut $\Phi_0 \simeq 1350$ W·m^{-2}. Exprimer la pression de rayonnement P_0 correspondante en fonction de Φ_0, et calculer sa valeur. Commenter l'ordre de grandeur obtenu.

I.12 Comment la pression de rayonnement varie-t-elle avec la distance au Soleil ?

I.13 On se propose maintenant de retrouver le résultat de la question **I.9** par une approche microscopique. On admet les résultats suivants : une onde électromagnétique plane, progressive et harmonique dans le vide peut aussi être décrite par des corpuscules appelés photons, qui se déplacent à la vitesse de la lumière c dans le sens de propagation de l'onde. La réflexion de l'onde sur le conducteur s'interprète alors comme le rebond des photons sur la surface du conducteur.

La quantité de mouvement d'un photon est $\hbar\vec{k}$, où $\vec{k}$ est le vecteur d'onde et $\hbar$ une constante universelle. L'énergie d'un photon est $\hbar\omega$, où ω est la pulsation de l'onde. On note n la densité de photons par unité de volume dans l'onde incidente, supposée uniforme.

Rappeler la relation entre ω et $|\vec{k}|$. En utilisant la définition cinétique de la pression, retrouver le résultat de la question **I.9**.

I.14 On a supposé jusqu'à présent que la réflexion se faisait sous incidence normale. En utilisant la méthode de la question **I.13**, établir la relation entre la pression et la densité d'énergie pour un angle d'incidence α quelconque.

I.15 *Analyse de données* : le vaisseau spatial IKAROS est un prototype de voile solaire fabriqué par l'agence spatiale japonaise (JAXA), qui a été lancé le 20 mai 2010 pour vérifier les performances d'une propulsion basée sur une voile solaire. La force totale exercée par les photons sur la voile, d'une superficie de 173 m^2 et d'une épaisseur de $7,5\,\mu$m, a été mesurée à 1,12 $\times 10^{-3}$ N. La force exercée sur la sonde spatiale, d'une masse totale de 315 kg, a permis d'augmenter la vitesse d'une dizaine de mètres par seconde au bout d'un mois (source : Wikipedia).

Montrer que ces résultats expérimentaux sont compatibles entre eux d'une part, et avec les résultats théoriques obtenus plus haut, d'autre part.

II. Satellite en orbite héliocentrique

II.1 Soit un satellite en orbite circulaire autour du Soleil, à une distance r de celui-ci. Exprimer sa vitesse en fonction de r, de la masse du Soleil $M_\odot$ et de la constante gravitationnelle G.

Dans la suite de cette partie, on étudie l'effet de la pression de rayonnement sur un satellite de masse m possédant une voile solaire de surface S, éclairée tout d'abord sous incidence normale. On supposera que les résultats de la partie **I** restent valables si la voile est en mouvement.

II.2 On note D la distance Terre-Soleil et P_0 la pression de rayonnement au niveau de l'orbite de la Terre, déterminée à la question **I.11**. Exprimer la force exercée sur cette voile par la pression de rayonnement en fonction de S, P_0, D et r.

II.3 Déterminer pour quelle valeur σ_c de la masse surfacique $\sigma = m/S$ l'attraction solaire compense exactement la pression de rayonnement sous incidence normale. Exprimer σ_c en fonction de P_0, D et de la vitesse v_0 de la Terre autour du Soleil.

II.4 *Application numérique* : on donne $v_0 = 30$ km/s. Calculer numériquement σ_c. Pour quelle épaisseur d'une voile faite dans un matériau ordinaire cette valeur est-elle atteinte ?

II.5 Montrer que la résultante de la force gravitationnelle et de la force de rayonnement dérive d'une énergie potentielle dont on donnera l'expression en fonction de G, m, $M_\odot$, σ, σ_c et r. Quelles sont les trajectoires possibles dans les cas $\sigma > \sigma_c$, $\sigma = \sigma_c$ et $\sigma < \sigma_c$?

II.6 Le satellite est initialement sous l'effet de l'attraction gravitationnelle seule et en orbite circulaire de rayon r autour du Soleil. Il déploie sa voile de surface S à un instant t_0. Déterminer son énergie mécanique pour $t > t_0$ en fonction de G, m, $M_\odot$, σ, σ_c et r. En déduire la nature de la nouvelle trajectoire en fonction du rapport σ/σ_c. Représenter sur un même schéma l'orbite initiale et la nouvelle trajectoire correspondant aux différents cas.

II.7 On suppose maintenant que la voile reçoit le flux solaire sous l'angle d'incidence α, et on note $\vec{n}$ le vecteur unitaire normal à la voile, dirigé dans le sens de la force de pression. En utilisant le résultat de la question **I.14**, exprimer la force $\vec{F}_R$ exercée par le rayonnement sur la voile sous la forme

$$\vec{F}_R = \beta\, F_G\, \vec{n},$$

où F_G est le module de la force de gravitation exercée par le Soleil sur le satellite, et β est un coefficient positif dont on déterminera l'expression en fonction de σ, σ_c et α.

II.8 Le satellite est initialement sur une orbite circulaire, sa voile étant déployée sous incidence normale ($\alpha = 0$). Une manœuvre du satellite permet de changer la valeur de α en orientant la voile. On suppose que α est constant, et que la normale $\vec{n}$ reste dans le plan de l'orbite initiale. La trajectoire reste donc également dans ce plan.

On suppose dans toute la suite de cette partie que la perturbation apportée par la pression du rayonnement est faible, de telle sorte que la vitesse radiale v_r est très petite devant la vitesse orthoradiale v_θ, celle-ci étant donnée à tout instant par la relation obtenue à la question **II.1**. Écrire le théorème du moment cinétique. En déduire l'équation d'évolution de r. Montrer que v_r/v_θ est une constante qu'on exprimera en fonction de α et β.

II.9 Dessiner l'allure de la trajectoire.

II.10 On cherche à faire passer le satellite sur une orbite plus élevée au moyen de la voile solaire. Pour quelle orientation de la voile le changement d'orbite est-il le plus rapide ? On se contentera d'une expression littérale de α, sans chercher à évaluer sa valeur numérique.

III. Statite

Le terme “statite” est un mot-valise formé à partir de “statique” et “satellite”, et désigne un vaisseau spatial gardant une distance constante avec la Terre et le Soleil. On suppose dans toute cette partie que la Terre est en mouvement circulaire uniforme autour du Soleil à la vitesse angulaire ω. On se place dans le référentiel tournant à la vitesse angulaire ω autour du Soleil, dans lequel la Terre et le Soleil sont tous deux immobiles, et on choisit dans ce référentiel un repère orthonormé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, où O est le centre du Soleil, $\vec{e}_x$ est dirigé du Soleil vers la Terre, et $\vec{e}_z$ est perpendiculaire au plan de révolution de la Terre. La masse de la Terre étant très petite devant celle du Soleil, on considérera que le centre de gravité du système Terre-Soleil est en O.

On considère dans toute cette partie un satellite de masse m placé au voisinage de la Terre en un point A de coordonnées (x, y, z). On pose $x = D + x'$, où D est la distance Terre-Soleil, et on suppose x', y et z très petits devant D.

III.1 Écrire la résultante de la force centrifuge et de la force de gravitation solaire qui s'exercent sur le satellite. Exprimer ω en fonction de G, $M_\odot$ et D, et développer la résultante à l'ordre 1 en x'/D, y/D, et z/D.

III.2 Le satellite est soumis à l'action combinée de la force centrifuge et des forces de gravitation terrestre et solaire. On note $M_\oplus$ la masse de la Terre. Montrer qu'il existe deux positions d'équilibre sur l'axe Ox, situées de part et d'autre de la Terre à une distance d qu'on exprimera en fonction de D, $M_\odot$ et $M_\oplus$. On note L_1 et L_2 les points correspondants à ces positions d'équilibre, dits points de Lagrange. Par convention, L_2 est le plus éloigné du Soleil. L'approximation faite à la question **III.1** est-elle valable aux points L_1 et L_2 ?

III.3 *Application numérique* : on donne $M_\oplus/M_\odot = 3 \times 10^{-6}$. Calculer d.

III.4 On adjoint une voile solaire au satellite. Dans cette question, on suppose pour simplifier que les rayons du Soleil sont parallèles à $\vec{e}_x$ et on ne prend pas en compte l'ombre de la Terre. On cherche à ajuster la surface et l'orientation de la voile solaire de telle sorte que le satellite soit en équilibre. Déterminer les régions de l'espace où l'équilibre est en principe possible, moyennant un tel ajustement. Les représenter schématiquement sur un plan contenant l'axe Ox. On indiquera clairement sur le schéma la direction du rayonnement solaire et les positions de la Terre et des points L_1 et L_2.

III.5 Déterminer la valeur maximale de x' pour laquelle un satellite situé sur l'axe Ox est complètement dans l'ombre de la Terre. On exprimera cette valeur maximale, notée δ, en fonction de D, du rayon terrestre $R_\oplus$ et du rayon du Soleil $R_\odot$.

III.6 *Application numérique* : on donne $R_\oplus/R_\odot = 9 \times 10^{-3}$. Calculer δ.

III.7 Comment le phénomène d'ombre modifie-t-il le schéma obtenu à la question **III.4** ?

* *
*