

Mines Physique et Chimie PCSI 2006

Corrigé

Ce corrigé est proposé par Cyril Ravat (ENS Cachan) et Thomas Tétart (ENS Cachan); il a été relu par Georges Rolland (Professeur agrégé), Mickaël Profeta (Professeur en CPGE), Stéphane Ravier (Professeur en CPGE) et Alexandre Hérault (Professeur en CPGE).

- La partie physique de ce sujet comporte quatre subdivisions indépendantes, chacune étant composée de deux à trois exercices eux aussi assez indépendants les uns des autres. On étudie en premier lieu la relation entre hauteur et pression dans l'atmosphère isotherme, puis une chute libre dans le référentiel terrestre, avant d'aborder des questions de thermodynamique, de calorimétrie et de machines thermiques. Vient ensuite, dans le cadre de l'optique géométrique, l'étude d'un doublet constitué de deux lentilles et d'un autre constitué d'une lentille et d'un miroir. Enfin, deux exercices d'électronique sont proposés, sur un filtre de Wien et sur un montage oscillateur à amplificateur opérationnel. Ce sujet de physique est tout à fait éclectique. La difficulté réside dans la nécessité de mobiliser rapidement de nombreux chapitres du cours de première année. Cependant, chaque exercice considéré séparément est relativement simple et très court. Une particularité de cet énoncé est d'interdire la calculatrice, tout en demandant des ordres de grandeur : il faut s'entraîner à faire des calculs de tête et à choisir les bonnes approximations.
- Le problème de chimie, axé sur la chimie des composés azotés, est divisé en quatre parties possédant chacune une thématique précise. Le problème commence par une partie consacrée aux oxydes d'azote en utilisant l'atomistique et les formules de Lewis. La seconde partie fait appel à la chimie des solutions à travers le dosage du polyacide EDTA. Puis, toujours en chimie minérale, on étudie la cinétique de l'échange de ligands des ions cuivrique. Enfin, le problème se termine par un petit exercice de synthèse organique, centré sur un composé azoté, qui fait appel à des notions de stéréochimie et à des mécanismes réactionnels.

Globalement, ce problème est un excellent exercice d'entraînement à l'approche du concours car il mobilise l'ensemble des notions du programme de PCSI.

INDICATIONS

Physique

- A.I.2 Quelle est la composition de l'air ?
- A.I.4.a Effectuer un développement limité de $P(z)$ au premier ordre en z .
- A.II.3 Comparer en projection sur l'axe \vec{e}_z les forces de gravitation et d'inertie d'entraînement. Comparer entre elles les différentes composantes de la vitesse.
- A.II.5 Quelle est la définition du poids ?
- B.I.2 Comment s'écrit le transfert thermique lors d'une transformation monobare ?
- B.II.1 Exprimer dS en fonction de dU avant d'intégrer.
- B.II.2 Procéder de la même façon, puis appliquer le premier principe de la thermodynamique au système {lac + baromètre} afin d'explicitier ΔU_L .
- B.III.2 Utiliser le second principe et la réversibilité des cycles de la machine.
- B.III.3 Que représente physiquement Q_B ? L'exprimer en fonction des températures.
 - C.I.4 Utiliser des foyers secondaires et des rayons parallèles à ceux déjà existants.
 - C.I.6 Quelle est l'image du foyer objet F à travers le doublet ? Appliquer la formule de conjugaison de Descartes.
- C.II.2 Utiliser le rayon passant par le sommet pour trouver F_4 . Quelle est la propriété du rayon incident passant par C_4 ?
- C.II.5 Que donne un rayon incident passant par le centre du miroir ?
- D.I.2 À quoi correspond $j\omega$ dans l'espace réel ?
- D.II.2 Le courant i^- étant nul, reconnaître un diviseur de tension.

Chimie

- I.2 Attention à bien respecter la règle de l'octet.
- I.5 Utiliser la loi de Hess.
- I.6 La réaction d'hydrolyse est une réaction d'oxydoréduction.
- II.5.c Pour voir un saut de pH net lors du dosage, il faut que les pK_a soient séparés d'au moins 3 à 4 unités.
- III.1.c Exprimer les lois de vitesse pour chaque ordre en partant de l'ordre zéro et vérifier la concordance avec les données expérimentales.
- III.3.a Écrire la conservation de matière en EDTA et la constante d'équilibre.
- IV.1.b La molécule est symétrique.
- IV.2.1 Une ozonolyse en présence de zinc ou de diméthylsulfure est appelée ozonolyse réductrice.

PHYSIQUE

A. MESURE DE LA HAUTEUR D'UN BUILDING À L'AIDE D'UN BAROMÈTRE

I. Utilisation directe du baromètre

A.I.1 Soit un volume V d'air, de masse m . Sa masse volumique vaut

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Or, l'équation des gaz parfaits s'écrit

$$P V = n R T_0$$

donc

$$\rho = \frac{P M}{R T_0}$$

A.I.2 L'air est un mélange gazeux composé à 80 % d'azote et à 20 % d'oxygène. La masse molaire de l'air vaut donc

$$M = \frac{4}{5} M_{N_2} + \frac{1}{5} M_{O_2}$$

Le diazote et le dioxygène sont des gaz parfaits qui ont pour masses molaires respectives $28 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ et $32 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$. L'application numérique permet de retrouver la valeur de l'énoncé

$$M = 29 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

Toutes les masses molaires des éléments les plus courants (en particulier l'hydrogène, le carbone, l'azote et l'oxygène) sont censées être connues.

A.I.3.a Relions le principe fondamental de la statique des fluides à l'équation des gaz parfaits. Il vient

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g = -\frac{P M}{R T_0} g$$

soit

$$\frac{dP}{P} + \frac{M g}{R T_0} dz = 0$$

Intégrons cette équation différentielle du premier ordre en z :

$$P(z) = A \exp\left(-\frac{M g}{R T_0} z\right)$$

Grâce à la condition initiale $P(z=0) = P_0$, on détermine que la constante d'intégration A vaut P_0 . Par conséquent,

$$P(z) = P_0 \exp\left(-\frac{M g}{R T_0} z\right)$$

A.I.3.b La valeur du champ gravitationnel produit par la Terre en un point d'altitude z est inversement proportionnelle au carré de la distance au barycentre de la Terre (assimilé à son centre), soit la somme de R_T (rayon de la Terre) et de z .

La couche atmosphérique a une épaisseur d'environ 100 km, alors que le rayon de la Terre vaut 6 400 km. Comparons la valeur du champ gravitationnel au niveau du sol et à l'altitude maximale de la couche atmosphérique H_{atm} :

$$\frac{g(R_T + H_{\text{atm}})}{g(R_T)} = \left(\frac{R_T}{R_T + H_{\text{atm}}} \right)^2 = \frac{1}{(1 + H_{\text{atm}}/R_T)^2}$$

Comme $H_{\text{atm}}/R_T \ll 1$, effectuons un développement limité au premier ordre :

$$\frac{g(R_T + H_{\text{atm}})}{g(R_T)} = 1 - 2 \frac{H_{\text{atm}}}{R_T} \approx 1 - \frac{1}{30} \approx 0,97$$

On peut donc affirmer que « g est constant » dans la couche atmosphérique.

A.I.4.a D'après l'énoncé,

$$P = P_0 \exp \left(- \frac{Mg}{RT_0} H \right)$$

Or, avec les valeurs de P et de P_0 données, l'exponentielle ci-dessus est très proche de 1 et on peut donc la développer au premier ordre. On obtient

$$P = P_0 \left(1 - \frac{Mg}{RT_0} H \right)$$

Par suite

$$H = k \frac{P_0 - P}{P} \quad \text{avec} \quad k = \frac{RT_0}{Mg} \approx 8 \text{ km}$$

La constante k , homogène à la distance H , est une longueur que l'on peut exprimer en mètres. On appelle cette distance la « hauteur caractéristique » de la couche atmosphérique, c'est-à-dire la hauteur à laquelle la pression a diminué de 63 %.

En l'absence de calculatrice, il faut prendre le temps d'écrire sur son brouillon les valeurs numériques, en faisant comme d'habitude très attention à toutes les exprimer en unité de base du système international. Comme très souvent quand la calculatrice est interdite, des simplifications interviennent. Ici, T_0 se simplifie avec M :

$$k = \frac{RT_0}{Mg} = \frac{8,31 \times 300}{29,10^{-3} \times 10} \approx 8 \text{ km}$$

L'énoncé est incorrect en demandant l'unité. En effet, il faut parler soit de la dimension, soit d'une unité, soit de l'unité de base du système international.

La valeur numérique de la hauteur caractéristique calculée est très inférieure à l'épaisseur de la couche atmosphérique demandée à la question précédente. En effet, ici l'hypothèse de calcul est que la température de l'air T_0 est constante en fonction de l'altitude, ce qui n'est vrai que dans une première partie de la stratosphère, entre 10 et 20 km (où $T_0 = -50^\circ\text{C}$). Dans la troposphère (entre 0 et 10 km), il faudrait plutôt adopter le modèle à gradient thermique constant : tous ceux qui font de la randonnée en montagne savent bien que l'on perd environ six degrés par kilomètre de dénivelé).

Malgré ce que nous venons de dire, le résultat est relativement correct : il s'agit en effet d'une grandeur caractéristique, et la hauteur totale de l'atmosphère est par conséquent censée être cinq à sept fois plus grande.